

分离型超声波振动切削动力学模型及其稳定性分析*

于 劲 王立江**
(应用光学国家重点实验室)

摘要: 在理论研究和实验验证的基础上, 给出了分离型超声波振动切削的动力学模型及其传递函数表达式, 并对其切削稳定性进行了详尽的分析。从理论上论证了分离型超声波振动切削可以抑制切削颤振, 其抑振效果由切削系数 ψ_* 唯一确定, 这一结论与实验结果相吻合。

关键词: 分离型超声振动波切削; 颤振; 切削稳定性

一、前 言

超声波振动切削的研究已有30多年的历史, 切削过程的静态特性已研究得比较充分。然而对于动态切削理论的研究还很不成熟。隈部淳一郎教授提出的不灵敏性振动切削机理以及由此推得的刚性化理论^[1]根本无法解释超声波振动切削的颤振现象以及超声波振动切削为什么能够抑制切削颤振。因此, 本文试图在普通切削动力学模型的基础上: (1) 建立分离型超声波振动切削的动力学模型并给出其传递函数表达式; (2) 深入探讨分离型超声波振动切削的稳定性, 给出其临界稳定条件; (3) 从理论上论证分离型超声波振动切削为什么能够抑制切削颤振, 分析影响抑制效果的因素, 并与实验结果相对照。

二、分离型超声波振动切削动力学模型

超声波振动切削有两种类型, 即分离型与不分离型^[2]。分离型超声波振动切削并没有改变普通切削中动态切削过程的产生机理, 但此时的刀具(刀尖)在 z 方向上作有规律的高频超声波振动, 振动频率 $f \approx 20\text{kHz}$, 振幅 A 根据目前的技术水平一般能达到 $20\mu\text{m}$ 左右。图 1 是其动力学模型。刀具一旦加上超声波振动, 其动态切削力 ΔF_* 对振动系统所作的正功 E' 可分成两部分: 其一是 ΔF_* 的 Fourier 级数展开式中的常数项部分所作的功; 其二是 ΔF_* 的 Fourier 级数展开式中的谐波部分所作的功。可以证明, 由于 $\omega_* \gg \omega$ (ω_* 是超声波振动角频率, ω 是颤振角频率), 则 ΔF_* 的谐波部分对振动系统所作的功 E 为:

$$b k_1 z_0 \int_0^{2\pi/\omega} \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{t_0}{T_0} n\pi \cos n\omega_* t \left(C y_n(t) + \frac{B}{\omega} \dot{y}_n(t) \right) \dot{y}_n(t) dt = 0 \quad (1)$$

注: *国家自然科学基金资助项目; ** 吉林工业大学

式中 b —— 切削宽度或切削深度 (mm)
 z_c —— 同时工作的刀齿数
 k_1 —— 切削力的切削厚度系数, 即单位切削宽度下, 切削厚度的单位变化所引起的切削力的变化 (N/mm²)
 t_c —— 在刀刃的超声波振动的每一个周期中刀具的切削时间 (s)
 T_c —— 刀刃的超声波振动周期 (s)

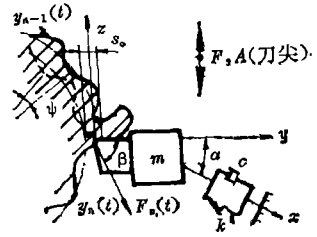


图 1 分离型超声波振动切削动力学模型

$$\begin{cases} B = \mu \sin \psi & (2) \\ C = \mu \cos \psi - 1 & (3) \end{cases}$$

μ —— 再生切削的重叠系数, $0 \leq \mu < 1$

ψ —— 后一个刀齿相对于前一个刀齿振痕之间的相位差

公式 (4) 是超声波振动切削过程中的动态切削力表达式

$$\Delta F_u = b \cdot k_1 \cdot z_c \cdot (s(t) - s_0) \left(\frac{t_c}{T_c} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{t_c}{T_c} n \pi \cos n \omega_u t \right) \quad (4)$$

式中 $s(t)$ —— 瞬时切削厚度 (mm)

s_0 —— 名义切削厚度 (mm)

ψ_u —— 切削系数, $\psi_u = t_c / T_c$

根据式 (1) 可以作如下的假设: 在分离型超声波振动切削所产生的动态切削力 [公式 (4)] 中, 只有其 Fourier 级数展开式中的常数项对于系统的抗振稳定性是重要的, 而其谐波的作用可以忽略。基于这一假设, 对于动态切削力 ΔF_u 只取其常数项部分, 得到

$$\Delta F_u = b \cdot k_1 \cdot z_c \cdot (s(t) - s_0) \frac{t_c}{T_c} = b \cdot k_1 \cdot z_c \cdot (s(t) - s_0) \cdot \psi_u \quad (5)$$

切削颤振是一个闭环系统。Tobais^[3]、Tulsty^[4]、星铁太郎^[5]都曾从不同角度研究了切削颤振这一闭环系统, 但首先比较完整地运用控制论的方法于切削动力学的是 Merritt, 他在文献^[6]中给出一个相当完整的描绘有再生作用的单刃切削模型, 然而这一模型没有考虑切削阻尼对系统的重要影响, 为补充这一不足, 产生了图 2 所示的模型^[7]。显然, 这一模型不适合于超声波振动切削 ($\psi_u < 1$), 因此本文作者将这一模型进行了修改 (见图 3)。

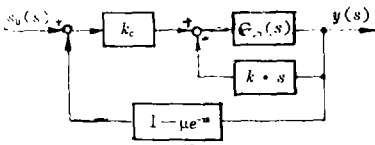


图 2 普通切削振动系统的闭环模型

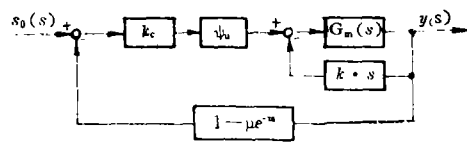


图 3 本文给出的分离型超声波振动切削系统的闭环模型

其中 $y(s)$ —— 刀具与工件之间的相对振动

$s_0(s)$ —— 名义切削深度 (或厚度), 它包含了工件毛坯切削余量的随机变化, 机床主

轴运转几何误差、走刀机构线性误差、机床系统非线性间隙的运动误差等构成的动态分量
 k_c ——切削刚度，即单位切削厚度所产生的切削力，如果考虑到切削宽度 b ，则 $k_c = b \cdot k_1$

k ——切削阻尼系数

$G_m(s)$ ——机床结构在所研究方向上的传递函数

几点说明：

1. k_c 、 k 对于不同切削深度和速度有着不同的值，但对于小振幅的线性振动来说，在相同的工件、刀具、切削宽度 b 、 $s_0(s)$ 和切削速度下，它们近似为常数^[9]；

2. 在已加工表面上再次进行加工通常是不可避免的，但是在稳定切削中切削面上留下来的振动刀痕呈随机状态，不会产生周期性的再生刀痕^{[9][10]}。因此在稳定切削和无重叠切削中 $\mu = 0$ ；

3. 切削阻尼力只被理解为是由 $y(s)$ 的速度 $\dot{y}(s)$ 所形成的^[8]；

4. 刀具的超声波振动不能改变机床结构的动态特性，但却对切削过程的动态特性产生重要的作用，它使得原来的切削闭环系统附加上一个传递函数为 ψ_u ($0 < \psi_u < 1$) 的子系统。由于这一子系统的出现，势必对整个切削闭环系统产生极为重要的贡献或作用；

5. 这一模型只适用于 $0 < \psi_u < 1$ 的超声波振动切削（分离型），而不适用于 $\psi_u \geq 1$ 的超声波振动切削（不分离型）。关于 $\psi_u \geq 1$ 的超声波振动切削特征，作者将有另文叙述。

由图 3 可写出分离型超声波振动切削的闭环传递函数

$$H_u(s) = \frac{y(s)}{s_0(s)} = \frac{\psi_u \cdot k_c \cdot G_m(s)}{1 + \psi_u \cdot k_c \cdot G_m(s) \left(1 - \mu e^{-\tau s} + \frac{1}{\psi_u} \cdot k' \cdot s \right)} \quad (6)$$

式中 $k' = k/k_c$

三、分离型超声波振动切削的稳定性分析

1. 分离型超声波振动切削的临界稳定公式

线性系统稳定的充分必要条件是闭环系统特征方程的所有根都具有负实部。令 (6) 式分母为零

$$1 + \psi_u \cdot k_c \cdot G_m(s) \cdot \left(1 - \mu e^{-\tau s} + \frac{1}{\psi_u} \cdot k' \cdot s \right) = 0 \quad (7)$$

将 $s = i\omega$ 代入 (7) 式，得到分离型超声波振动切削系统稳定的极限条件

$$1 + \psi_u \cdot k_c \cdot G_m(i\omega) \left(1 - \mu e^{-i\omega\tau} + \frac{1}{\psi_u} \cdot k' \cdot i\omega \right) = 0 \quad (8)$$

在切削振动方向上机床结构系统（包括机床、工件、刀具、夹具构成的工艺系统）的传递函数 $G_m(s)$ 在频率域表示为 $D + E i$ ， D 、 E 分别为实部和虚部且均为角频率的函数。将 $G_m(s) = D + E i$ 代入 (8) 式，考虑 $e^{-i\omega\tau} = \cos\omega\tau - i\sin\omega\tau$ ，得到临界稳定关系式

$$\left[\frac{1}{\psi_u \cdot k_c} + D(1 - \mu \cos \omega\tau) - E \left(\mu \sin \omega\tau + \frac{1}{\psi_u} k' \omega \right) \right] + i \left[D \left(\mu \sin \omega\tau + \frac{1}{\psi_u} k' \omega \right) + E(1 - \mu \cos \omega\tau) \right] = 0 \quad (9)$$

即得到判断临界稳定的方程组

$$\begin{cases} \psi_* k_* + D(1 - \mu \cos \omega \tau) - E \left(\mu \sin \omega \tau + \frac{1}{\psi_*} k' \omega \right) = 0 & (10) \\ D \left(\mu \sin \omega \tau + \frac{1}{\psi_*} k' \omega \right) + E(1 - \mu \cos \omega \tau) = 0 & (11) \end{cases}$$

考虑到 $k' \neq 0$, $\mu = 1$ 时, 由 (10) 式和 (11) 式得

$$k_* = \frac{1}{\psi_*} \cdot \frac{1 - \cos \omega \tau}{-D \left[2(1 - \cos \omega \tau) + \frac{1}{\psi_*} k' \omega \left(2 \sin \omega \tau + \frac{1}{\psi_*} k' \omega \right) \right]} \quad (12)$$

无几何干涉时, $\omega \tau \approx \pi^{[10][8]}$, 此时由 (12) 式可解出分离型超声波振动切削的临界稳定切削的切削刚度, 记作 $[(k_*)_*]_{1:m}$

$$[(k_*)_*]_{1:m} = \frac{1}{\psi_*} \cdot \frac{\pm \sqrt{1 - 4D^2 \omega^2 k^2} - 1}{4D} \quad (13)$$

式中 \pm 号应这样确定^[10]: 当 $k > 0$ 时取 “+” 号, $k < 0$ 时取 “-” 号。 k 是可正可负的。令 $\psi_* = 1$, 得到普通切削的临界稳定切削刚度, 记作 $(k_*)_{1:m}$

$$(k_*)_{1:m} = \frac{\pm \sqrt{1 - 4D^2 \omega^2 k^2} - 1}{4D} \quad (14)$$

2. 分离型超声波振动切削较普通切削具有高稳定性

由 Nyquists 稳定性判据可以找到确定系统相对稳定性的表示方法: 对于开环稳定系统, 若奈氏曲线与负实轴的交点在 $(-1, j0)$ 点之外, 则闭环系统是不稳定的; 若奈氏曲线正好穿过 $(-1, j0)$ 点, 则闭环系统的特征方程式包含有位于 s 平面虚轴上的根, 闭环系统是临界稳定的; 若奈氏曲线与负实轴的交点在 $(-1, j0)$ 点以内, 则闭环系统是稳定的。奈氏曲线愈靠近 $(-1, j0)$ 点, 系统的不稳定倾向愈大, 系统的相对稳定性愈差。用幅值裕量 k_s 表示系统的相对稳定性, $k_s = 1/A_s(\omega_s)$, $A_s(\omega_s)$ 是开环幅相频特性曲线与负实轴相交时的幅值。开环幅相频率特性曲线与负实轴的交点距原点愈近, 幅值稳定裕量愈大。在开环传递函数中没有位于右半 s 平面内极点的系统中, $k_s > 1$ 时系统是稳定的; $k_s = 1$ 时系统处于临界稳定状态; $k_s < 1$ 时系统是不稳定的。

为考察分离型超声波振动切削与普通切削的稳定性程度, 本文进一步比较它们的绝对稳定判据。

$k < 0$ 时, 倘若 $D = D_{\min}$, $k = k_{\min}$, 则可以证明幅值裕量 k_s 取得最小值 $(k_s)_{\min}$, 那么整个切削闭环系统 (图 3) 处于最危险的情况。如果在这种最危险的情况下, 切削闭环系统是临界稳定的, 那么在其他任何情况下一定是稳定的, 于是有

$$[(k_s)_*]_{\min} = \frac{1}{\psi_*} \frac{\sqrt{1 - 4D_{\min}^2 \omega^2 k_{\min}^2} + 1}{-4D_{\min}} \quad (15)$$

令 $\psi_* = 1$, 得到

$$(k_s)_{\min} = \frac{\sqrt{1 - 4D_{\min}^2 \omega^2 k_{\min}^2} + 1}{-4D_{\min}} \quad (16)$$

其中 $[(k_c)_u]_{m;n}$ 和 $(k_c)_{m;n}$ 分别是分离型超声波振动切削和普通切削的绝对稳定切削刚度,即 $[(k_c)_u]_{1;m}$ 和 $(k_c)_{1;m}$ 中的最小值。计算

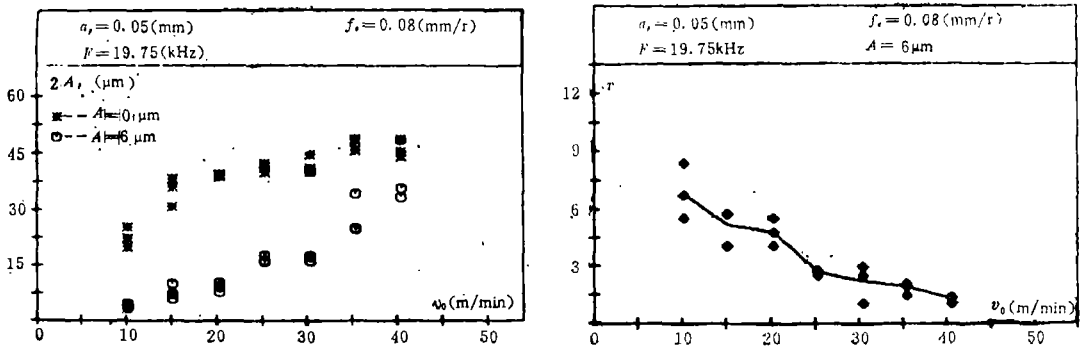
$$\Delta k_c = [(k_c)_u]_{m;n} - (k_c)_{m;n} = \left(\frac{1}{\psi_u} - 1 \right) \frac{\sqrt{1 - 4D_{m;n}^2 \omega^2 k_{m;n}^2 + 1}}{-4D_{m;n}} \quad (17)$$

由于 $0 < \psi_u < 1$, $(1/\psi_u - 1) > 0$, 则 $[(k_c)_u]_{m;n} < (k_c)_{m;n}$, 即在不附加任何限制的情况下, 分离型超声波振动切削较普通切削具有更好的稳定性或者说是更为趋向稳定的。且 ψ_u 愈小, Δk_c 就愈大, 分离型超声波振动切削的稳定性就愈强。这里还应注意 D 为负值这一事实。

四、实验验证及结论

实验是在本文作者自行设计的装置上进行的^[11], 这个装置的主振模态是机床一细长轴—尾架系统, 相对于主振模态而言, 机床的床身、刀具均具有较好的动力特性, 也就是说, 可以把机床结构系统简化成一个单自由度系统来处理, 也即该装置在振动方向上的模态离开机床系统其他各阶模态很远, 以至于其他模态对该自由度模态的影响可以忽略不计。

图 4 (a)、(b) 是超声波振动振幅 $A = 6\mu\text{m}$ 时的实验结果。由实验结果可知图 4(a), 分离型超声波振动车削的颤振振幅均低于相应的普通车削的颤振振幅, 而且随着切削速度 v_0 的增大, 抑振效果是逐渐减弱的图 4(b), 图中 r 是抑振因子^[12], r 值大, 抑振效果好。



(a) $A = 6\mu\text{m}$ 的 $2A_p - v_0$ 散点图
 $a_p = 0.05(\text{mm})$
 $f_s = 0.08(\text{mm/r})$
 $F = 19.75(\text{kHz})$

(b) $A = 6\mu\text{m}$ 的 $r - v_0$ 变化曲线
 $a_p = 0.05(\text{mm})$
 $f_s = 0.08(\text{mm/r})$
 $F = 19.75(\text{kHz})$

图 4

这里应注意, 在超声波振动频率 F 和振幅 A 不变的情况下, 随着 v_0 的增加, ψ_u 是单调增加的^[13]。即随着 ψ_u 值的增加, r 值是减小的。

实验结果与公式 (17) 得出的结论是吻合的。对于分离型超声波振动切削稳定性的分析, 从理论上论证了分离型超声波振动切削可以抑制切削颤振, 在切削条件一定的情况下, 其抑振效果由切削系数 ψ_u 唯一确定。

参 考 文 献

- [1] 隈部淳一郎著, 韩一昆等译, 《精密加工振动切削基础与应用》, 北京, 机械工业出版社, 1979年
- [2] 于劲等: 《第二届中日超精密加工技术学术研讨会论文集》, 中国威海, 1988年
- [3] Tobiasis, S.A.; 《*Machine-Tool Vibration*》, London. Blackie, Glasgow, 1965
- [4] Tulsty, J.; 《*Machine Tool Structure*》, Pergamon Press, 1970
- [5] 星铁太郎; 《机械加工びじり现象—解析と対策》, 工业调查会, 1977
- [6] Merritt, H.E.; Theory of Self Excited Machine Tool Chatter (Research-1), *Transactions of the ASME*, 1965
- [7] 蔡礼君; 机械工程学报, 24, No.4, 1988年
- [8] 蔡礼君、顾崇銜; 应用力学学报, 第3期, 1987年
- [9] Lu, B.H., et. al.; *CIRP*, 32, No.1, 1983
- [10] 蔡礼君、袁哲俊; 机械工程学报, 22, No. 2, 1986年
- [11] 于劲等; 光学机械, 第4期, 1990年
- [12] 王立江、于劲; 科学通报, 第2期, 1990年
- [13] 王立江等; 兵工学报, 第3期, 1987年

Dynamic Model of Separating Type Ultrasonic Vibration Cutting (STUVC) and Its Stability Analysis

Yu Jin, Wang Lijiang

Abstract

Based on the theory study and test verification, this paper presents the dynamic model and transfer function of STUVC, and deals with its cutting stability. It is proved by the proposed theory that STUVC is able to reduce the chatter effectively and the reducing effect is only determined by the cutting coefficient ψ . These conclusions are verified by the test results.

Key Words: Separating Type Ultrasonic Vibration Cutting, Chatter, Cutting Stability